ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

17

Бочка-пазл

ISSN 2225-1782
00017
9 772225 178772

DeAGOSTINI

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 17, 2012
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru

по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01

Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 170100, г. Тверь, Почтамт, а/я 245,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua

по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,
тел./факс: +375 17 2-999-260
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика
Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк»,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.

ТИРАЖ: 68 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 25.09.2012

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Самые прямые кривые Задача об определении геодезической линии для любой поверхности веками приковывала к себе внимание математиков. Обычно решение этой проблемы требует глубоких знаний исчисления. Тем не менее в некоторых случаях подобные кривые можно нарисовать с помощью лишь карандаша и линейки. Попробуем узнать форму, которую принимают геодезические линии на поверхности пирамиды, призмы, конуса и даже сферы.

Блистательные умы

Революционер в геометрии Знания, которые Риман использовал в своей знаменитой диссертации «Основы общей теории функций комплексного переменного», позволяют причислить его к числу создателей релятивистской концепции пространства-времени. Без этой работы было бы невозможно сформировать математические инструменты, ставшие основой теории относительности Эйнштейна. Не зря работы Римана считаются одним из наиболее выдающихся достижений в естественных науках XIX века.

Математика на каждый день

Порядок в красоте Представители классического искусства — живописцы, скульпторы, архитекторы — всегда находились в поиске гармоничных пропорций. Художники пытались как можно точнее отобразить реальность, вследствие чего стало необходимым развитие перспективы. Кроме того, для большего реализма необходимо было учитывать игру света и теней. Другие современные направления изобразительного искусства включили в себя новые концепции математического пространства и движения в нем фигур.

Математические задачки

Запутанный рассказ Вы назначаетесь судьями в ежегодном конкурсе на замещение должности Придворной Вязальщицы Шарфов. Вынося свое решение, вы должны принять во внимание, насколько быстро связан шарф, насколько он легок и хорошо ли он греет. Связанные тремя вязальщицами шарфы отличаются по всем трем пунктам. На время разбора столь сложного казуса вы будете расквартированы в лучшей темнице и в изобилии получите лучший хлеб и воду.

Головоломки

Бочка-пазл Будет лучше, если вы справитесь с желанием поскорее разобрать головоломку и уделите несколько минут ее осмотру в собранном виде. Это очень пригодится, когда вы будете собирать бочку-пазл, которая принадлежит к семейству японских игрушек «кумики», что означает «цельное дерево».

С ТЕХ ПОР КАК ЛЮДИ УЗНАЛИ, ЧТО ЗЕМЛЯ ИМЕЕТ ФОРМУ ШАРА, ЗАДАЧА О ПРОВЕДЕНИИ САМОЙ КОРОТКОЙ ЛИНИИ МЕЖДУ ДВУМЯ ЕЕ ТОЧКАМИ ПРИКОВАЛА ВНИМАНИЕ МАТЕМАТИКОВ, КОТОРЫЕ ВСКОРЕ ОБОБЩИЛИ ЭТУ ЗАДАЧУ И СТАЛИ РАССМАТРИВАТЬ ЛЮБЫЕ ИЗОГНУТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.

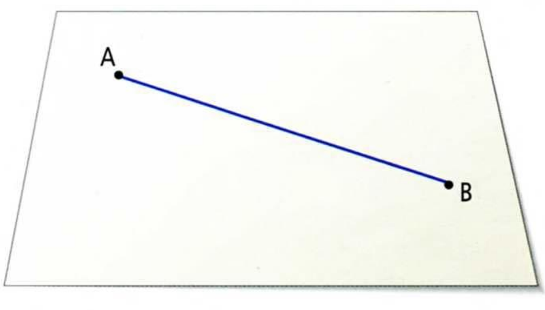
Геодезические линии

Самые прямые кривые

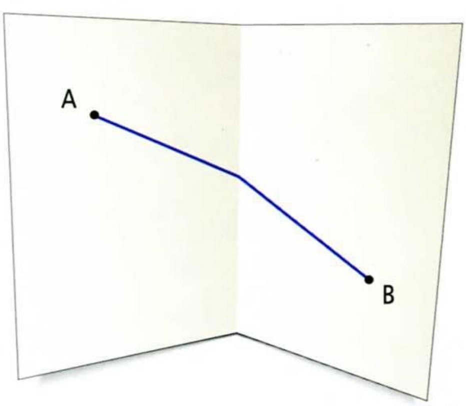
Геодезической линией называется кратчайшая линия, соединяющая любые две точки поверхности. Определение геодезических линий является частью более широкой группы задач, посвященных поиску наибольших или наименьших значений определенных переменных величин. Такие задачи относятся к области математики, которая называется вариационным исчислением. Эта область начала развиваться в 1696 году, а решающий вклад в ее формирование внес Леонард Эйлер (1707—1783). Обычно определение геодезических линий требует глубоких знаний исчисления. Тем не менее в некоторых случаях, например, для развертывающихся поверхностей, подобные кривые возможно нарисовать с помощью лишь карандаша и линейки. Весьма интересно узнать форму, которую принимают геодезические линии в тех случаях, когда метод развертывания применить не удается. К примеру, в судоходстве геодезические линии применительно к сфере (нашей планете) получили название *ортодромы*.

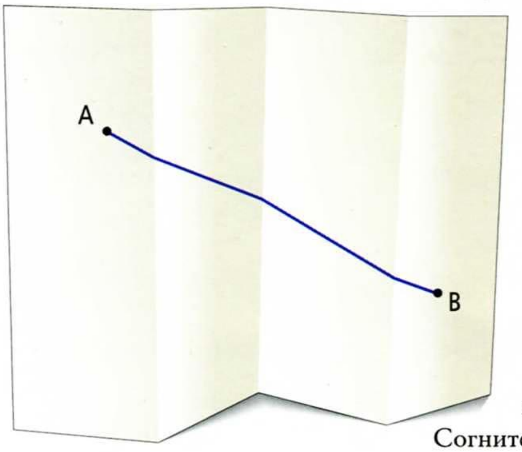
Игра

Попробуйте нарисовать на листе бумаги две точки и попросите кого-нибудь найти кратчайший путь между ними. Без сомнения, эта задачка будет решена в два счета. Понятно, что достаточно од-



ной линейки, чтобы соединить обе точки прямой линией. Это расстояние и будет наименьшим. Почти всем известно, что прямая — кратчайшая из линий, соединяющих две точки (правда, не все знают, как это доказать). Если мы согнем этот же лист пополам и поставим его на стол как открытую книгу, то увидим, что прямая превратилась в ломаную.





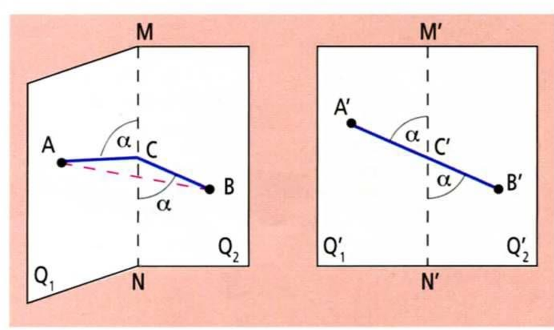
Если бы на листе не была нарисована эта линия, как бы мы узнали, каково кратчайшее расстояние между двумя точками? Теперь этот вопрос уже не так прост, как в случае, когда лист лежит на столе. А если на листе не один, а несколько сгибов? Задача станет еще более сложной. Эту настольную игру можно предложить кому угодно.

Согните лист в нескольких местах, отметьте на нем две точки, после чего попросите кого-нибудь провести кратчайшую линию между точками, не разгибая лист. После того, как линия нарисована, лист разворачивается. Теперь можно легко проверить, насколько велика допущенная ошибка — ведь решением всегда будет прямая линия, соединяющая обе точки. В другом варианте игры лист можно свернуть в цилиндр.

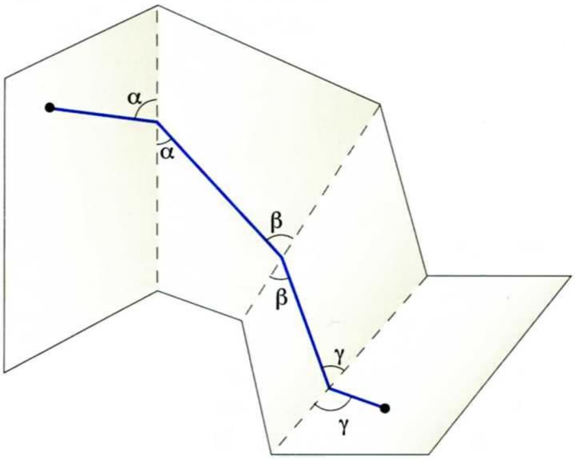
Но все это не просто игра. Это задача, которая веками приковывала внимание математиков: как определить геодезическую линию для любой поверхности.

Геодезические линии на плоскости

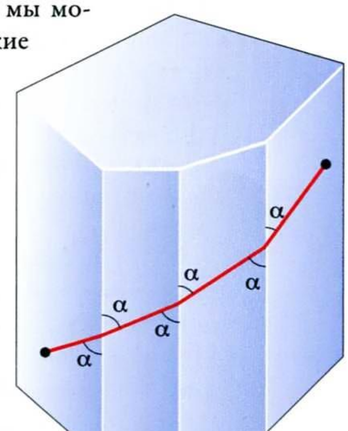
В нашем первом примере при складывании листа пополам образуются две полуплоскости. Такая фигура называется в геометрии двугранным углом. В случае с двугранными углами геодезические линии не таят в себе особых загадок. Так, если мы посмотрим на развернутый лист, то уви-

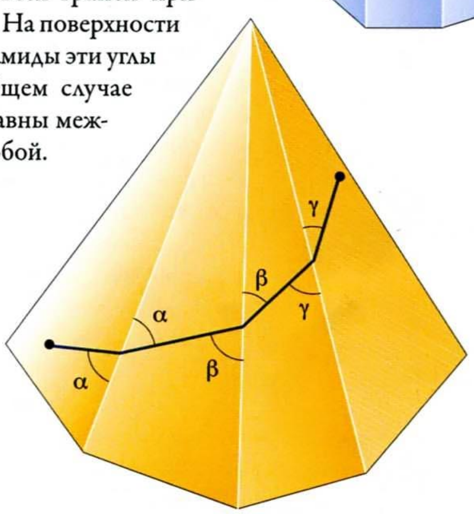


дим, что отрезок, соединяющий точки A' и B', пересекает линию сгиба M'N', образуя при этом углы α, одинаковые по обе стороны сгиба (эти углы равны как вертикальные). Равенство углов сохраняется и после того, как мы сложим лист. Таким образом, геодезические линии на поверхностях, подобных двугранным углам, имеют следующий признак: углы, образованные отрезками, которые соединяют две точки на одной грани двугранного угла, равны. Этот результат можно обобщить и для многогранных поверхностей, образующихся путем многократного сгибания листа. На рисунке видно, что на каждом из сгибов, то есть на грани каждого двугранного угла, отрезки ломаной линии образуют равные углы.



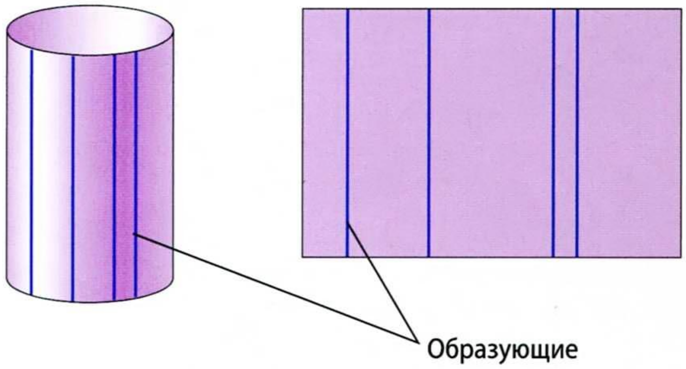
Аналогичным способом мы можем построить геодезические линии на поверхности призмы или пирамиды. На поверхности призмы кратчайшей линией, соединяющей две точки ее поверхности, будет ломаная. Вершины этой ломаной расположены так, что углы, образованные последовательными отрезками ломаной, равны между собой для всех граней призмы. На поверхности пирамиды эти углы в общем случае не равны между собой.



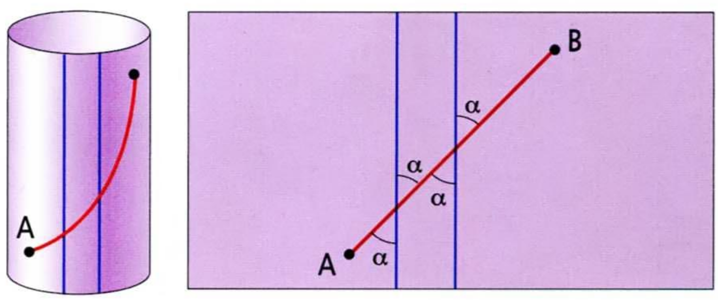


Геодезические линии на поверхности цилиндра

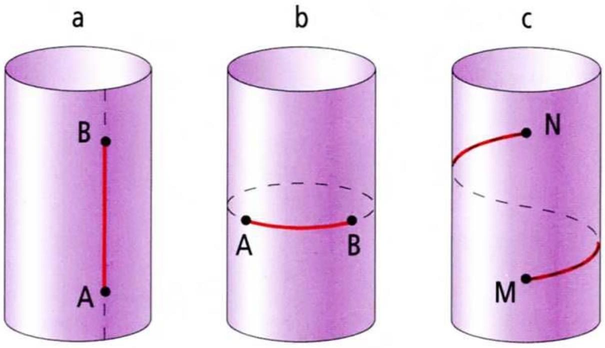
Сделать цилиндр из бумаги очень просто: достаточно склеить два противоположных края листа. Это же мы можем проделать и в обратном порядке: имея цилиндр, мы всегда можем разложить его в форме прямоугольника на поверхности стола. Об этом важном свойстве некоторых поверхностей мы поговорим несколько позже. Мы можем представить, что прямоугольник создан из серии параллельных прямых, которые при свертывании



бумаги образуют некоторое подобие каркаса цилиндра. Эти прямые получили название *образующих*. Допустим, мы хотим провести кратчайшую линию между двумя точками на поверхности цилиндра. Раскатаем цилиндр по поверхности стола и соединим точки прямой с помощью линейки. Мы заметим одно свойство, очень похожее на свойство геодезических линий, проведенных на поверхности призмы. Разница минимальна: в случае с цилиндром кратчайшая линия между точками формирует равные углы со всеми образующими цилиндра.



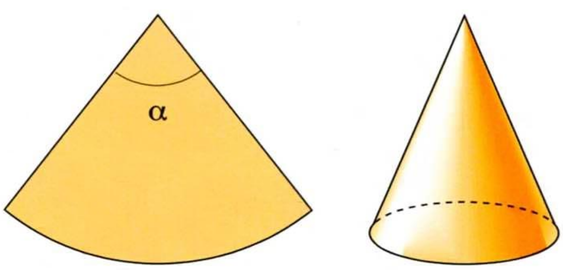
Если мы свернем лист бумаги, чтобы снова получить цилиндр, прямая, соединяющая две точки, превратится в кривую на поверхности цилиндра. Эта кривая, которая является геодезической линией на поверхности цилиндра, получила название *винтовой линии*. Она характеризуется тем, что всегда имеет одинаковые углы с образующими цилиндра. В случае, если указанный угол равен нулю градусов, винтовая линия превращается в прямую, что показано на рисунке (*а*) на следующей странице. Так происходит, когда рассматриваемые точки находятся на одной образующей. Если же угол α равен 90°, то винтовая линия превращается в дугу окружности (рисунок *b*). Для произвольного угла α винтовая линия может иметь разную форму. Если при подъеме винтовая линия закручивается вправо, то она называется *правой винтовой линией,* если влево — *левой винтовой линией* (рисунок *c*).



Винтовые лестницы строят согласно приведенному рисунку. Когда между этажами здания строятся две винтовые лестницы, то, как правило, восходящая лестница является правой винтовой линией, а нисходящая — левой.

Геодезические линии на конической поверхности

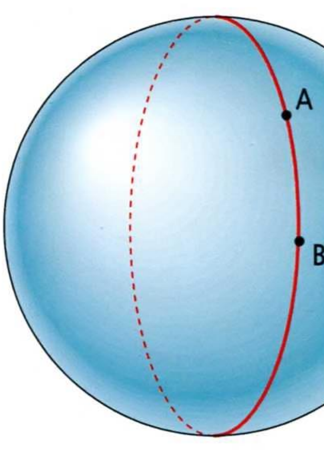
Продолжим опыты с карандашом и бумагой, чтобы увидеть, какие особенности имеют геодезические линии на конических поверхностях. Чтобы построить конус, проще всего провести дугу окружности с помощью циркуля, после чего соединить крайние точки дуги с центром окружности. Свернув лист и склеив его прямые края, мы получим конус. Он будет широким или узким в зависимости от величины угла α, который называется *углом раствора конуса.*



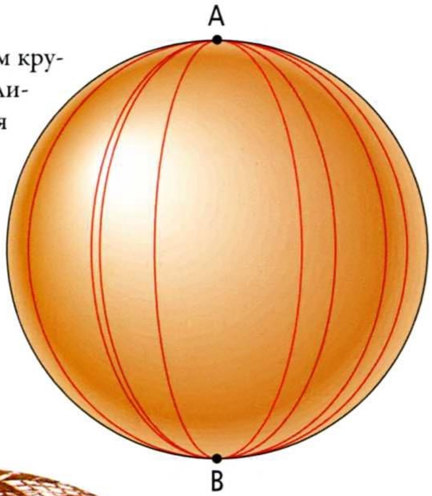
Конус также имеет прямые, называемые образующими. Это прямые, которые соединяют вершину конуса с точками на его основании. В конусе мы можем построить винтовую линию той же формы, что и для цилиндра. Для этого достаточно нарисовать кривую, пересекающую все образующие под одинаковым углом. Однако эти кривые, получившие название *локсодромы,* на поверхности конуса не являются геодезическими. Игра, о которой мы рассказывали вначале, заключается в нанесении на поверхность двух точек и проведении кратчайшей линии между ними. В случае с конусом эта задача способна принести немало сюрпризов, поскольку форма геодезических линий в значительной мере зависит от угла α, который мы использовали при построении конуса. Геодезические линии могут даже пересекать сами себя в некоторых точках конической поверхности (эти точки получили название *точек самопересечения*). С помощью листа бумаги и ножниц интересно попробовать разные варианты и увидеть, что в некоторых случаях точек самопересечения может быть больше одной. Есть даже теорема о существовании подобных точек. Она гласит: «Если угол раствора конуса равен 180° и более, то геодезические линии не имеют точек самопересечения. В случае если угол раствора меньше 180°, каждая геодезическая линия имеет по меньшей мере одну точку самопересечения».

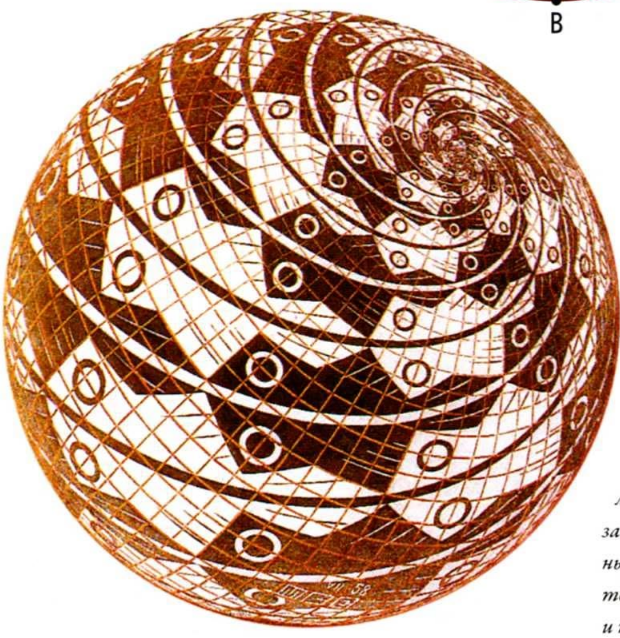
Геодезические линии на поверхности сферы

До сих пор мы говорили о геодезических линиях на поверхностях многогранников, призм, пирамид, цилиндров или конусов, потому что эти фигуры можно развернуть в плоский лист. Поверхности такого типа в математике получили название *развертывающихся поверхностей.* Хотя их точное определение достаточно сложно, на интуитивном уровне мы понимаем, что подобные поверхности способны развертываться в часть плоскости, то есть полностью раскладываться на поверхности стола. Однако в случае со сферой это невозможно, потому что она не является развертывающейся поверхностью. Сферу невозможно развернуть на плоскости без деформирования. Из всех возможных кривых, которые можно провести на сферической поверхности, одна является особенной. Это так называемый *большой круг*, центр и радиус которого совпадают с центром и радиусом сферы. Когда мы разрезаем апельсин пополам, то разрез проходит точно по большому кругу. Любой другой разрез пройдет по меньшим окружностям. Допустим, что на поверхности сферы имеются две произвольные точки A и B. Проведем большой круг, проходящий через обе эти точки. Можно показать, что расстояние AB, которое определяется проведенным большим кругом, является кратчайшим расстоянием между двумя этими точками. Таким образом, на сферической поверхности геодезические



линии проходят по большим кругам сферы. Геодезические линии сферы также называются ортодромами. Если обе точки расположены на противоположных концах диаметра сферы, существует бесконечное число больших кругов, проходящих через обе точки, то есть бесконечное количество геодезических линий.





◄ *Среди множества математических мотивов, овладевавших умом великого голландского художника Маурица Корнелиса Эшера, присутствуют темы, связанные с геометрией сферы, в частности, с ее локсодромами. На рисунке запечатлена одна из подобных идей художника. Кроме того, здесь можно увидеть и тему бесконечности.*

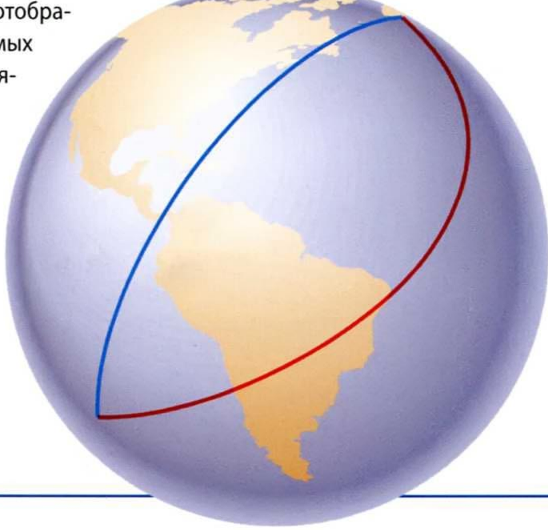
ЭТО ИНТЕРЕСНО

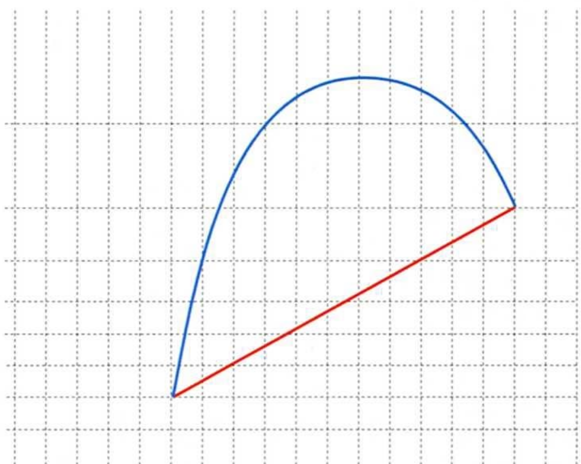
- Природа почти всегда имеет склонность следовать принципу наименьших усилий, поэтому говорят, что ей свойственна мудрость. Большинство вьющихся растений точно следуют правой винтовой линии. Но и это правило не обходится без исключений: к примеру, хмель закручивается влево.

- Метания ночных бабочек, летящих на свет лампочки, только на первый взгляд беспорядочны и хаотичны. На самом деле траектории их полета — это локсодромы, нанесенные на воображаемую сферу, в центре которой находится источник света.

Судоходство, геодезические линии и локсодромы

В одном из прошлых выпусков мы с вами говорили о картах. Локсодромы можно наносить не только на карту, но и на сферу. Эти кривые не следует путать с винтовыми линиями сферы, образующими постоянный угол с плоскостью экватора. Геодезические линии и локсодромы имеют особое значение в судоходстве. В проекции Меркатора (это один из способов представления поверхности Земли на плоскости при составлении карт) локсодромы отображаются в виде прямых и называются линиями румба. Но нужно иметь в виду, что эти линии не соответствуют кратчайшему пути, поскольку кратчайшее расстояние проходит по ортодромам, то есть по геодезическим линиям.





◄▲ *На рисунке слева красным цветом выделена локсодрома, а синим — геодезическая линия. Они соединяют две точки земной поверхности. На рисунке сверху мы видим эти же линии с тем же цветовым обозначением, но представленные в проекции Меркатора. Заметьте, что локсодрома приобрела форму прямой линии.*

Риман был подобен царю Мидасу математического мира: он превращал в золото все, к чему прикасался. Его работы можно уместить в небольшой книге; тем не менее все они в свое время вызвали настоящее потрясение.

Революционер в геометрии
Бернхард Риман

Георг Фридрих Бернхард Риман родился 17 сентября 1826 года в Брезеленце — маленькой деревушке в Германии близ Ганновера. Он был вторым из шести детей. Его отец, пастор лютеранской церкви и участник наполеоновских войн, женился на дочери малоизвестного адвоката, которой отец выдал совсем небольшое приданое. Недостаточные средства едва позволяли поддерживать семью из двоих сыновей и четырех дочерей, поэтому отец сам занимался обучением Бернхарда. Уже в шесть лет Риман показал такой талант в арифметике, что отцу пришлось воспользоваться услугами преподавателя — некоего Шульца, который чувствовал, что ученик талантами превосходит его самого. Шульц вздохнул с облегчением, когда в 14 лет молодой Георг поступил в школу.

Первые шаги гения

Отец хотел, чтобы Риман стал проповедником. Но замкнутость и робкий характер юноши помешали претворению этих планов в жизнь. Трудности при выступлениях перед любой, даже крайне немногочисленной аудиторией преследовали Римана всю жизнь. Он не мог провести лекцию или выступить с докладом, если перед этим не посвящал подготовке многие часы и даже дни.

Первая серьезная встреча Римана с математикой произошла благодаря Шмальфуссу — директору института, в котором учился будущий гений. Видя интерес Римана и легкость, с которой ему дается математика, директор разрешил ему взять домой одну из книг из своей личной библиотеки. В ней шла речь о теории чисел Лежандра. Спустя неделю Риман вернул книгу и сказал, что она привела его в восторг. Шмальфусс не мог поверить своим глазам: за такой короткий срок прочитать и понять труд в 850 страниц, посвященный достаточно сложным разделам математики, было невозможно. Годы спустя Риман попытался улучшить формулу для расчета простых чисел, приведенную в этой работе Лежандра. В результате родилась знаменитая «гипотеза Римана» — одна из главных задач современной математики.

В 1846 году в возрасте 19 лет, следуя воле отца, Риман поступил в Гёттингенский университет для изучения филологии и богословия. Он хотел как можно быстрее закончить учебу и найти работу, которая позволила бы помогать семье. Однако

▲ *Несмотря на то, что Бернхард Риман не дожил и до 40 лет, он оставил неизгладимый след в истории математики. О нем говорили как об одном из мыслителей, которые в наибольшей степени способствовали переходу от «алгоритмов» к «концепциям» в науке.*

▼ *Гёттинген всегда был одним из признанных центров немецкой культуры. За исключением пары лет, проведенных в Берлинском университете, именно там прошла вся карьера Римана: в Гёттингене он начал обучение, там же преподавал и там же проводил свои исключительно плодотворные исследования.*

он не мог пройти мимо лекций Морица Штерна по математике. Так он познакомился с работами Гаусса (1777—1855) о методе наименьших квадратов, которые заново пробудили в нем страсть к математике. В конце концов отец разрешил ему оставить изучение богословия и стать математиком. В следующем году он поступил в Берлинский университет, где учился у Дирихле (1805—1859), Якоби (1804—1851), Штейнера (1796—1863) и Эйзенштейна (1823—1852). Римана и Эйзенштейна связывали приятельские отношения. Именно в сотрудничестве с ним, точнее, вопреки ему родилась одна из важнейших математических теорий XIX века — теория функций комплексного переменного.

Зрелые годы

«Думаю, что перспективы моей диссертации улучшились. Также надеюсь научиться писать быстрее и свободнее, особенно если буду часто посещать общество и у меня будет возможность выступать с докладами. По этой причине я нахожусь в хорошем расположении духа». В этих строках из письма отцу Риман говорит о диссертации, которую он защитил в Гёттингенском университете в возрасте 25 лет. Работа называлась «Основы общей теории функций комплексного переменного» и вызвала энтузиазм самого Гаусса — одной из легендарных фигур в математике той эпохи.

В 1854 году Риман получил первую оплачиваемую должность доцента. С большой радостью он сообщил отцу, что в первый же день занятий

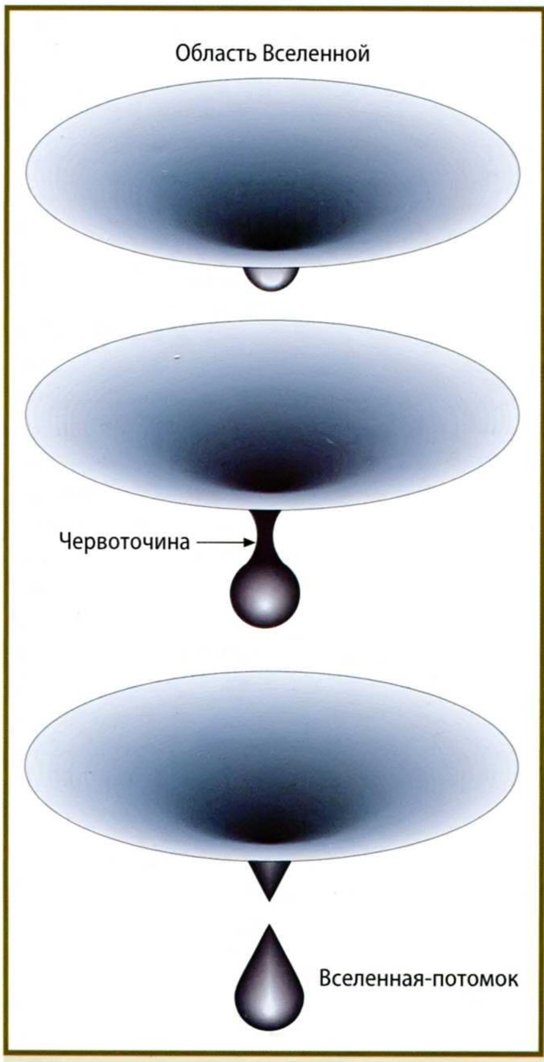
посещаемость превысила все его ожидания: на лекции пришло целых восемь студентов! В 1859 году Риман получил должность ординарного профессора Гёттингенского университета. В 35 лет женился на подруге сестры — Элизе Кох. Спустя некоторое время он заболел плевритом, из-за чего ему пришлось оставить холодный Гёттинген и провести длительное время в Италии. В 1863 году на пути в Германию через Альпы он снова серьезно заболел, и ему пришлось вернуться в Италию. Из-за проблем со здоровьем он совершил и третье путешествие в эту страну. В итоге оно оказалось для него последним. Он умер в доме на берегу озера Маджоре 20 июля 1866 года. Вопреки слабому здоровью, которое биографы приписывают плохому питанию в первые годы жизни, Риман непрерывно работал практически до самой смерти.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Время, проведенное Риманом в институте, стало одним из самых счастливых периодов в его жизни: он мог наслаждаться теплом домашнего очага и проводить долгие часы вместе с родителями, братьями и сестрами, которых очень любил. Желая сделать им подарок, но не имея возможности ничего купить из-за крайней бедности, он изобрел и изготовил вечный календарь, вызвавший глубокое восхищение преподавателей и студентов.
- Немецкого математика Давида Гильберта как-то спросили, какой вопрос он задал бы на конференции математиков спустя сто лет после своей смерти. Гильберт ответил: «Я спросил бы, не доказана ли гипотеза Римана».

Новая концепция пространства

Риман неоднократно говорил, что больше всего его интересуют исследования законов физики. Знания, которые он использовал в своей знаменитой диссертации, позволяют нам причислить его к числу создателей релятивистской концепции пространства-времени. Философская мысль того времени была ограничена теориями Канта, но Риман сумел выйти за их пределы. Ученый описал неевклидовы структурированные пространства, показав, что их кривизну можно в точности определить с помощью математического инструмента под названием *тензор кривизны*. Работа Римана в области геометрии позволила описать криволинейные пространства любой сложности и с любым числом пространственных измерений. Без этой работы было бы невозможно сформировать математические инструменты, ставшие основой теории относительности Эйнштейна (1879—1955). Не зря работы Римана считаются одним из наиболее выдающихся достижений в естественных науках XIX века.



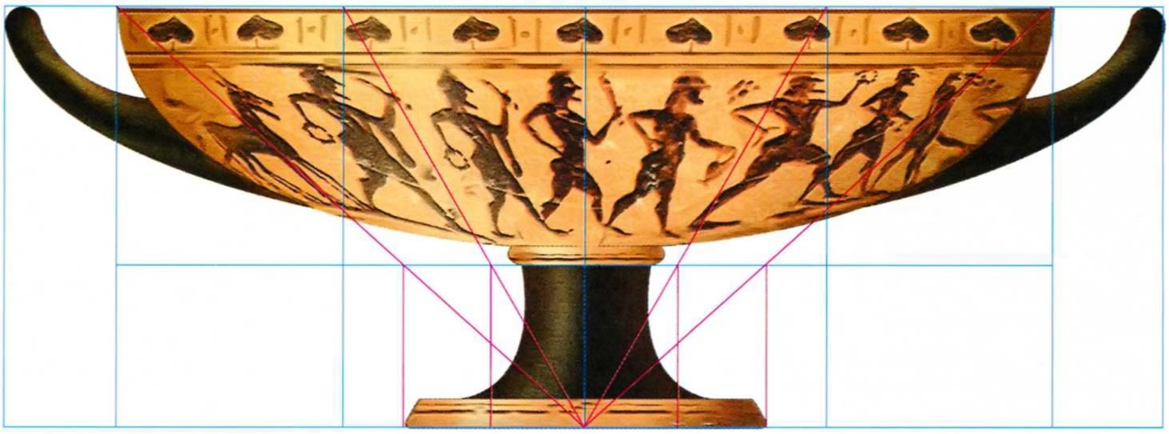
Червоточины

Риман был главным предвестником современных космологических идей. Он создал концепцию «криволинейного» математического пространства. Кривизна не обусловлена погружением этого пространства в «прямолинейное», а является собственной, присущей ему. Эта концепция позволяет понять структуру пространства-времени в масштабах Вселенной. Первым это сделал Эйнштейн. «Пустоты» и «выпуклости» подобных структур являются деформациями, вызванными материей и энергией. На рисунке в виде двухмерной поверхности представлена Вселенная, в которой имеется частный случай деформации, называемый *червоточиной*, существование которой до конца не опровергнуто современной астрофизикой. Червоточина — это узкое место в пространстве-времени, представляющее из себя кратчайший путь между частями Вселенной, удаленными друг от друга на значительное расстояние. Червоточина, изображенная на рисунке, дает начало Вселенной-«потомку», полностью отделившейся от своего «предка».

Искусство — это способ выразить взгляд на мир, поэтому связь живописи, скульптуры и архитектуры с философией и наукой неизбежна. Неудивительно, что искусство тесно переплетено с математикой.

Математика и искусство

Порядок в красоте

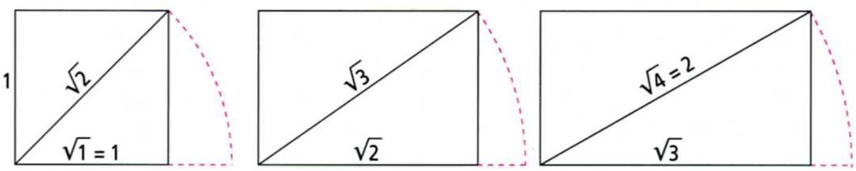


▶ *Схема килика — древнегреческого сосуда. Самые часто встречающиеся в нем соотношения равны $\sqrt{5}$ и Ф.*

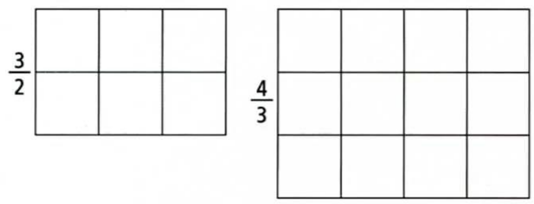
Представители классического искусства находились в поиске гармоничных пропорций, поэтому оно основывалось на числах. Точнее, художники искали гармоничные числа, на которых основывались эти пропорции. Позднее живописцы пытались как можно точнее изобразить реальность, вследствие чего стало необходимым развитие перспективы для создания иллюзии трехмерности. Кроме того, потребовалось учитывать игру света и теней для большего реализма. Аналогично в религиозной символике использовались особые геометрические фигуры и пропорции. Другие современные направления изобразительного искусства включили в себя новые концепции математического пространства и движения в нем фигур.

Пропорциональное деление

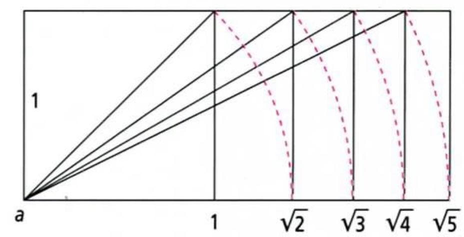
В античной архитектуре, в египетских, римских и греческих гробницах прямоугольные структуры образовывались путем наложения различных типов прямоугольников и квадратов:



В сосудах, вазах, драгоценностях и других предметах искусства можно обнаружить подобные прямоугольники, если провести так называемый пропорциональный анализ. Для этого сначала классифицируем прямоугольники, разделив их на статические и динамические. Если отношение бóльшей стороны прямоугольника к меньшей равно целому числу или дроби, то прямоугольник называют статическим:



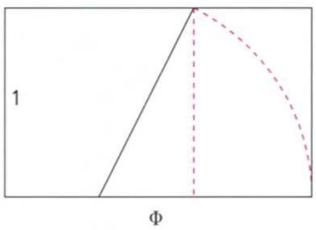
Если же это отношение представляет из себя квадратный корень, значение которого невозможно вычислить точно, то говорят, что прямоугольник динамический. Последовательность динамических прямоугольников очень просто изобразить с помощью циркуля и линейки. Достаточно начать с изображения квадрата с единичной стороной. Будем считать точку *a* центром воображаемой окружности и примем диагональ квадрата за радиус этой окружности. Проведем дугу этого радуса до пересечения с продолжением стороны квадрата. Расстояние от вершины квадрата до этой точки пересечения будет равно точно $\sqrt{2}$. Если теперь мы повторим аналогичные действия для диагонали нового прямоугольника, то получим $\sqrt{3}$, и так далее.

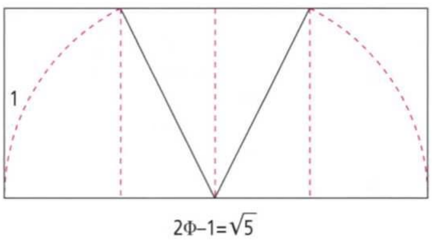


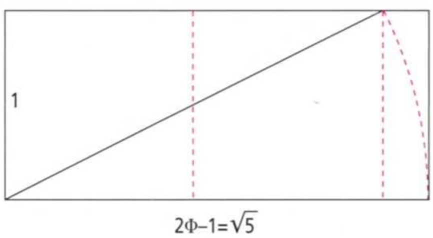
В истории архитектуры из всех возможных динамических прямоугольников особенно часто встречаются два — с соотношением сторон $\sqrt{5}$ и Ф. Последнее соотношение также называют золотым сечением. Соотношение между этими двумя числами выражено формулой

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}.$$

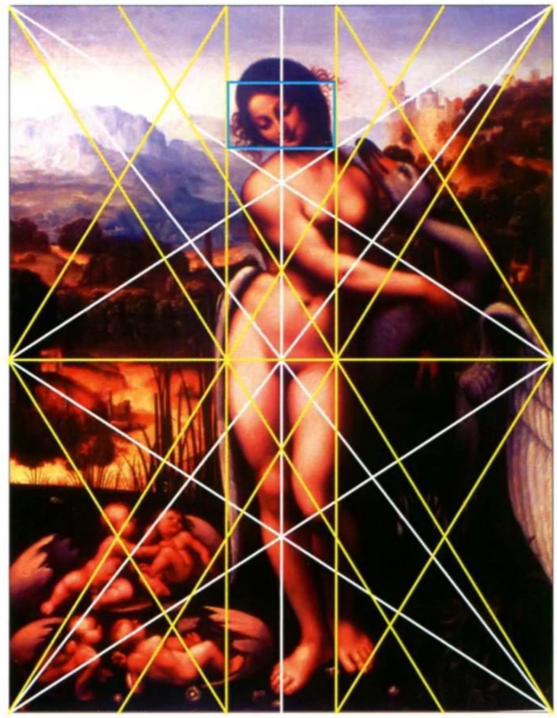
Оно присутствует в различных динамических прямоугольниках, которые, как видно на рисунках ниже, очень легко построить:







Впервые присутствие двух упомянутых динамических прямоугольников было обнаружено в древнегреческих вазах Музея изящных искусств в Бостоне. Позднее они были обнаружены в многочисленных предметах искусства и культуры Древней Греции.

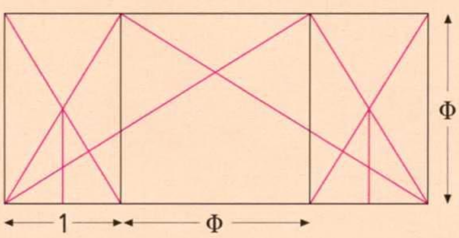


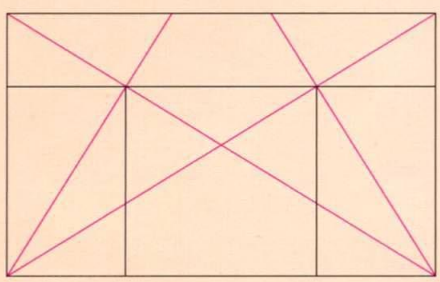
▲ *«Леда и лебедь» Чезаре да Сесто (копия с одноименной картины Леонардо да Винчи). Соотношение сторон исходной картины равнялось золотому сечению. На картине изображены различные линии, проведенные при так называемом пропорциональном анализе. Нетрудно увидеть золотое сечение и соотношения, связанные с ним. Их также легко обнаружить почти в любом произведении искусства, будь то живопись, скульптура или архитектура. На этом примере обозначены наиболее очевидные соотношения.*

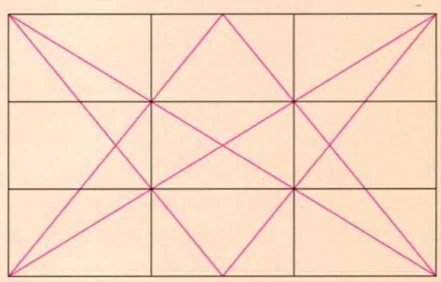
Это может стать интересной забавой: возьмите фотографию или изображение предмета классического искусства или архитектуры, наложите на изображение лист прозрачной бумаги и попробуйте отыскать динамические прямоугольники. Результаты могут оказаться поистине неожиданными: золотое сечение Ф будет обнаруживаться удивительно часто. Кажется, будто художники бессознательно использовали Ф каждый раз, когда выражали свое представление о красоте.

Некоторые примеры пропорционального анализа

Пропорциональный анализ состоит в разбиении произведения искусства на динамические прямоугольники. Удивительно, как часто среди результатов подобного анализа обнаруживается число Ф.







◄ *«Обручение Девы Марии». Рафаэль. На этой картине, созданной почти через столетие после изобретения перспективы, техника перспективы использована в полной мере. Ощущение глубины достигается за счет того, что линии, перпендикулярные плоскости переднего плана, изображены сходящимися в одной точке, называемой точкой схода.*

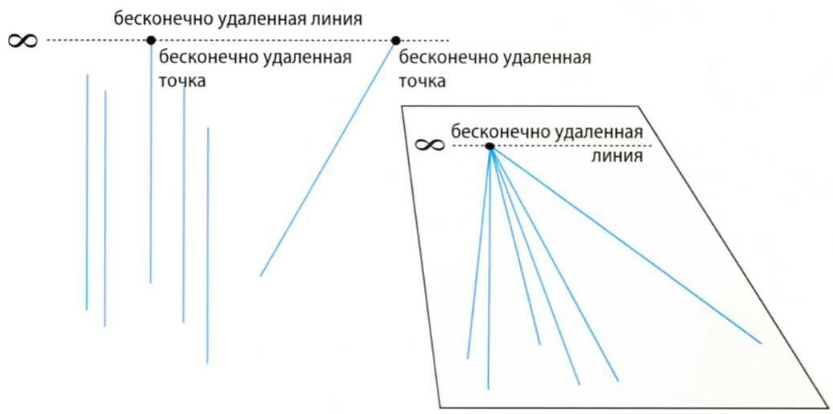
Революция эпохи Возрождения

Древние греки в своих рисунках, особенно имеющих отношение к архитектуре, успешно создавали четкое ощущение глубины. Несмотря на это, нельзя сказать, что им были знакомы законы перспективы. Эллины разработали набор техник, объединенных общим названием *оптика,* среди которых — применение сходящихся линий для создания ощущения глубины или использование темных цветов для переднего плана и более светлых для фона. Эти приемы были забыты, когда церковь определила разрешенные к использованию художественные приемы, особенно в работах на религиозные темы, которые составляли большинство. В этих канонах размер фигур использовался не для того, чтобы отделить один план от другого, создав иллюзию трехмерности, а для представления важности персонажей. Если епископ на картине был больше дьякона, это означало не близость к зрителю, а служило выражением его более высокого социального статуса. С другой стороны, существовал неявный запрет на излишний реализм изображений.

С началом эпохи Возрождения произошел радикальный перелом: появилась новая техника, названная латинским словом *перспектива,* заметно отличавшаяся не только от техник, применявшихся средневековыми художниками, но и от античной оптики. Многие авторы сходятся во мнении относительно того, что начало этому новому течению в искусстве дал Филиппо Брунеллески (1377—1446) примерно в 1413 году. Позднее в этом же направлении работали такие художники, как Альберти (1404—1472), Пьеро делла Франческа (1412—1492), Дюрер (1471—1528) и Леонардо да Винчи (1452—1519). Эти великие мастера живописи и геометрии изучали математические законы, управляющие перспективой, и тем самым заложили фундамент для раздела математики, возникшего несколько веков спустя, — проективной геометрии. Считанное число раз за всю историю союз математики и искусства был столь же глубок и силен, как в эту эпоху.

Перспектива

Задачу можно сформулировать следующим образом: как представить трехмерное изображение на двухмерной плоскости? Основная сложность заключается в том, что параллельные прямые не сходятся. Эта задача решается с помощью точки на плоскости, называемой точкой на бесконечности. Если точек бесконечности несколько — например, по числу направлений на плоскости — необходимо, чтобы это множество точек образовывало новую прямую, которая называется прямой на бесконечности.

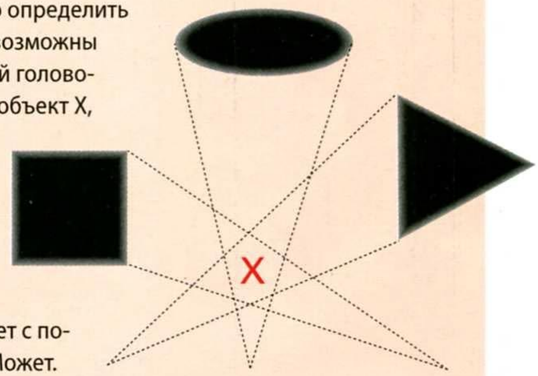


► *Мог ли художник середины XVIII века не знать законов перспективы? Несоответствия, заметные на картине, несомненно, были внесены умышленно. С их помощью достигается парадоксальный или юмористический эффект, что в некоторой степени предшествовало «невозможным фигурам» Эшера. На рисунке изображена «Сатира на „Перспективу“» Вильяма Хогарта — фронтиспис для памфлета о перспективе, написанного его другом Джоном Джошуа Кирби в 1754 году.*

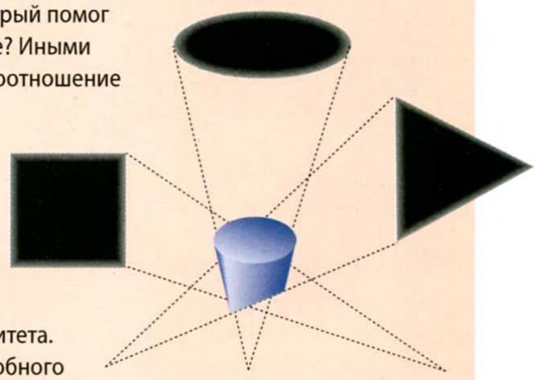
Когда пространство дополняется этими точками, образуется так называемое проективное пространство. Математические основы проективной геометрии не были тщательно выработаны до XVIII—XIX веков, но в их формирование внесли огромный вклад художники Возрождения, которые, помимо всего прочего, изобрели механизмы для просмотра и рисования, основанные на этих геометрических законах. Одним из наиболее популярных приспособлений была клетчатая сетка, изготовленная из очень тонкой ткани. В нее были вплетены толстые нити, образующие сетку, служившую системой координат. Глядя в мушку, художник мог уменьшать масштаб реальных предметов, безукоризненно сохраняя их пропорции.

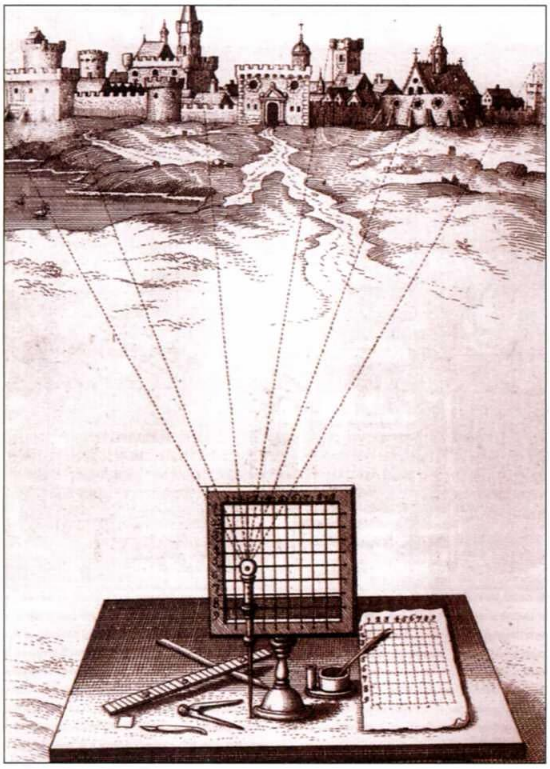
От тени к предмету

Суть этой головоломки в следующем: нужно попытаться угадать форму предмета, зная форму теней, отбрасываемых им на плоскость при освещении с разных сторон. Для многих фигур по форме тени можно однозначно определить форму самой фигуры. Однако возможны и очень сложные варианты этой головоломки. Например, загадочный объект X, показанный на рисунке.



При подсветке снизу предмет отбрасывает круглую тень. При подсветке с одной стороны тень квадратная, а с другой — треугольная. Может ли существовать предмет с подобными характеристиками? Может. Это доказывает, что тени могут быть обманчивы. Но до какой степени? Существует ли геометрический способ, который помог бы нам не впасть в заблуждение? Иными словами, существует ли некое соотношение между тенями объекта, которое помогло бы определить его трехмерное представление? Ответ на этот непростой вопрос был получен в 1986 году Кеном Фалконером, профессором математики Сент-Андрусского университета. Этот ответ — нет. Никакого подобного соотношения не существует.





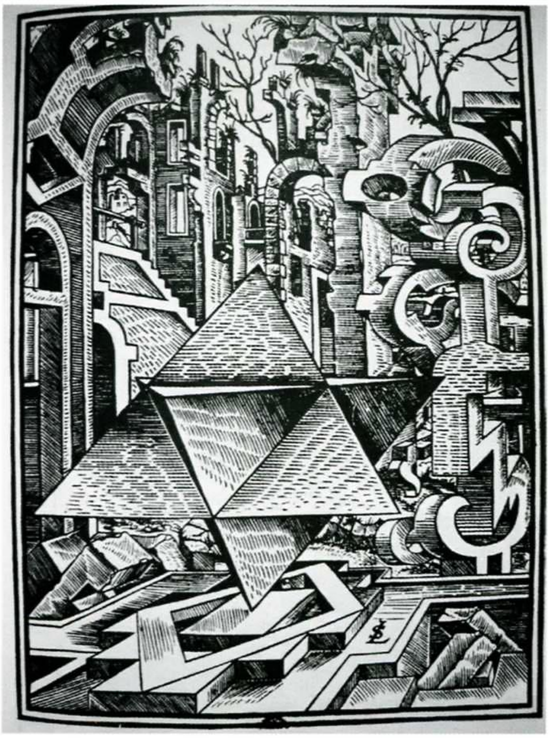
◄ *«Машина для рисования», которая использовалась, начиная с эпохи Возрождения. Мушка и объект образуют пирамиду, которая при проекции на сетку образует уменьшенное изображение объекта, полностью сохраняющее пропорции оригинала.*

Искусство наложения теней

Искусство наложения теней изучает соотношение между светом и тенью, отбрасываемой различными объектами. В истории живописи тени играли определяющую роль и были тесно связаны с развитием собственно проективной геометрии. Это было вызвано различиями между тенями, отбрасываемыми при освещении точечным источником света вблизи объекта (такой источник света называется собственной точкой), и тенями, отбрасываемыми при освещении достаточно удаленным источником света. Таким источником света является, например, солнце, которое в геометрии можно считать расположенным на бесконечности. Подобные источники света называются несобственными точками. Эти концепции получили развитие в середине XVII века благодаря Дезаргу (1591—1661) и были окончательно установлены в XIX веке, когда проективная геометрия достигла высшей точки развития. По этой причине на некоторых ранних гравюрах тени от солнца выглядят так, как если бы предметы освещались точечным источником света.

Религиозное искусство и геометрия

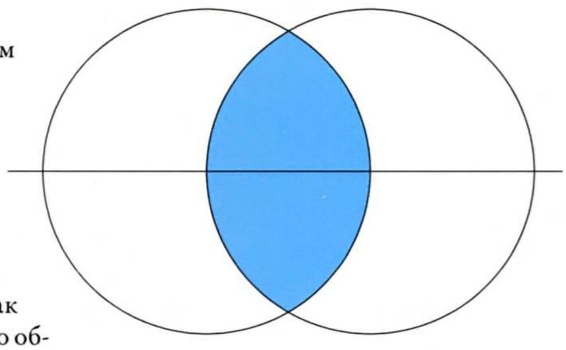
Для представления философских концепций и религиозных верований, существовавших в большинстве культур, требовалось найти подходящие символы. С этой целью часто использовались математические символы. Платоновская концепция всеобщего порядка, например, воплотилась в геометрических фигурах, в частности, в пяти правильных многогранниках. Эти же многогранники использовали пифагорейцы в качестве символов своего религиозно-философского учения. Неоплатонизм эпохи Возрождения привел к возрождению этих геометрических фигур благодаря появлению перспективы. Правильные многогранники можно часто увидеть на обложках различных трудов эпохи Возрождения, посвященных перспективе. Новые приемы проекции фигур и обработки теней позволили художникам того времени создать полную иллюзию трехмерности



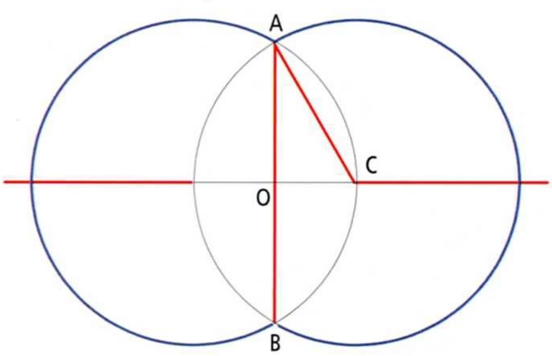
◄ *«Геометрия и перспектива». Лоренц Сторе, гравюра, Аугсбург, 1574 год. На этой гравюре XVI века, которая вполне могла бы появиться на обложке томика научной фантастики 1950-х годов, центральное место занимает октаэдр с затененными гранями, находящийся посреди руин в атмосфере разрушения.*

для правильных многогранников, которые стали своеобразным отголоском гармоничного и идеального образа Вселенной.

«Рыбьи икринки»



Другим классическим примером связи между геометрией и религиозной символикой является так называемый символ *Vesica Piscis* (от лат. «рыбьи икринки»), очень часто использовавшийся как символ христианства. Его образуют две окружности, пересекающиеся особым образом. Одна из окружностей символизирует материю, вторая — дух. Когда одна окружность проходит через центр другой, образуется *Vesica Piscis* (выделено синим цветом на рисунке). Эта фигура, напоминающая по форме рыбу, изображена на многих иконах. Символ *Vesica Piscis* непосредственно связан с иррациональным числом $\sqrt{3}$.



Приняв радиус окружностей за единицу ($AC = 1$), получим, что длина отрезка OC равна 1/2. По теореме Пифагора в треугольнике AOC имеем:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OC}^2$$

$$\overline{AO} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} =$$

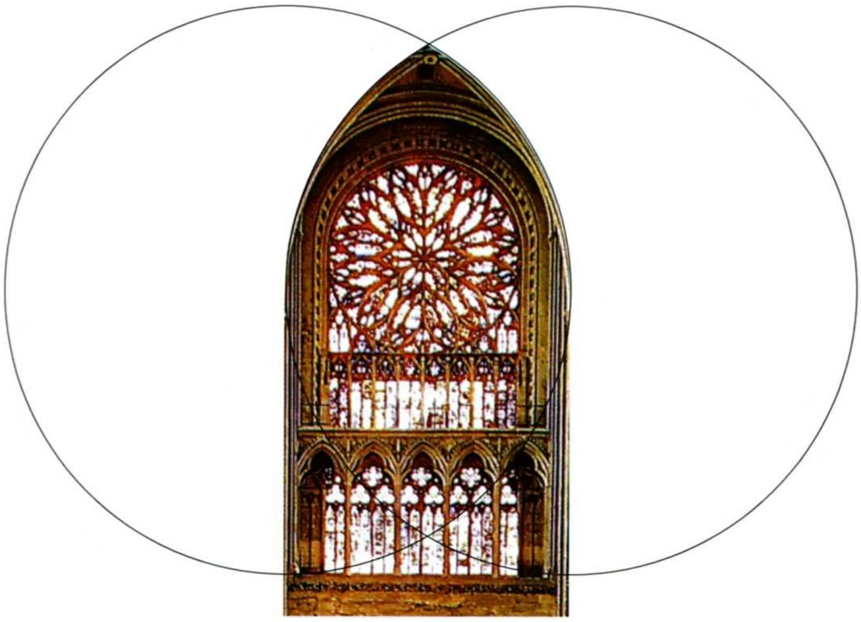
$$= \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Таким образом, отношение между диагоналями *Vesica Piscis* равно

$$\frac{AO}{OC} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}.$$

Эта геометрическая фигура также используется в архитектуре, в частности, в стрельчатых готических арках, заменивших традиционные круглые арки романского стиля. Арки подобной формы использовались не только по религиозным или символическим причинам, но также и по чисто техническим соображениям: стрельчатые арки обладают очевидными преимуществами, когда речь идет о распределении нагрузки.

▼ *Символ Vesica Piscis (от лат. «рыбьи икринки») очень часто использовался в качестве рамки в христианской иконографии, особенно в готическую эпоху. На рисунке показана часть Страшного Суда из Псалтыря Брайля (1240—1260), хранящегося в Музее Фицуильяма при Кембриджском университете. В этом произведении присутствуют многочисленные мотивы аналогичной формы, напоминающие витражи.*



Модульное искусство

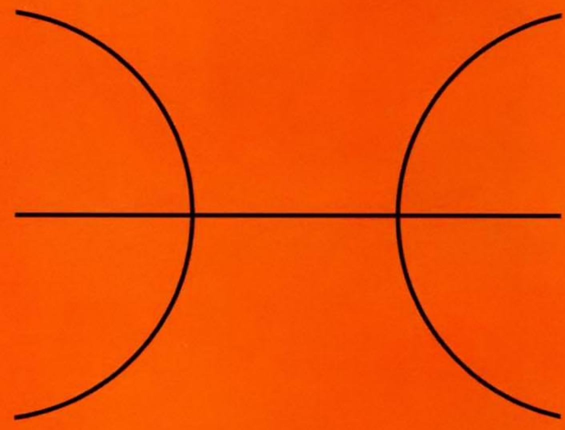
Модульное искусство заключается в создании единого объекта из одного или нескольких наборов одинаковых элементов (модулей) посредством простой системы соединений. В природе довольно часто можно встретить материализацию подобного метода. Это и неудивительно: он является одним из наиболее экономичных. Цепочка ДНК является примером модульной конструкции, образованной комбинациями трех различных веществ: сахаров, называемых дезоксирибозами, фосфорной кислоты и азотистых оснований четырех видов: аденина, гуанина, тимина и цитозина. В большинстве случаев в основе подобных модульных конструкций лежит какой-либо тип симметрии. Поиск базовой модели и классификация типов движений, которые образуют итоговую фигуру, являются объектами математических исследований. Переплетение искусства и математики встречается не только в старинных орнаментах, но и в произведениях современного искусства, использующего эту технику как основной творческий инструмент. Уже знакомый нам классический пример — плиточный пол, который встречается на многих гравюрах Эшера и других художников, творивших в стиле «оп-арт» (оптическое искусство). Этот инструмент возник в 1960-е годы и имеет четкую математическую направленность.

▲ Аналогично пересекающиеся окружности стали прообразом стрельчатых готических арок, вызвавших настоящую революцию в архитектуре XII века. На рисунке изображена арка северного трансепта собора в Амьене, содержащая внутри себя арки меньших размеров. Такой прием наглядно свидетельствует о популярности подобных элементов в архитектуре того времени.

◄ «Сфера с квадратами» Виктора Вазарели (1906—1997) — один из символов «оп-арта». Единая тема, узор, повторяющийся бесчисленное количество раз, то сплюснутый, то растянутый... Перед нами пейзаж, на котором видны как близкие, так и удаленные части, вогнутые и выпуклые поверхности.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Вариант символа Vesica Piscis использовался древними астрологами для изображения зодиакального знака Рыб. Две половины арки, образующие этот символ, сдвинуты в противоположные стороны так, что окружности проходят через точки, где ранее располагались центры окружностей. Этот символ до сих пор применяется в астрономии для обозначения созвездия Рыб.



- В средневековье существовало широко распространенное верование о неоднородности пространства. Считалось, что в нем могут существовать области с особыми свойствами. Практическая ценность этой идеи для ученых была невелика, поскольку сложно ставить эксперимент, зная, что он выполняется только в особых, исключительных областях. В эпоху Возрождения идея особых областей была забыта, и приоритетной стала концепция однородности пространства. Эта новая концепция оказала значительное влияние как на искусство, так и на архитектуру: дворцы и церкви стали размещаться там, где считал нужным архитектор, и городское пространство перестало быть иерархически организованным.

Узелок VI
Ее Блистательство

Я твой совсем не понимай,
Но твой поймешь все вдруг,
Когда изведаешь, сагиб,
По пяткам ты бамбук.

Едва путешественники высадились на берег, как их повели во дворец. На полпути вновь прибывших гостей повстречал губернатор, приветствовавший наших знакомых на английском языке — к великому их облегчению, ибо, как выяснилось, приставленный к ним гид говорил лишь на кговджнийском диалекте.

— Не нравятся мне ухмылки этих туземцев, — прошептал пожилой путешественник на ухо сыну. — Что они на нас так уставились? И почему без конца повторяют «бамбук»?

— Они имеют в виду местный обычай, — пояснил губернатор, случайно услышавший вопрос. — Те, кто каким либо образом осмелятся вызвать неудовольствие Ее Блистательства, подвергаются наказанию: их бьют бамбуковыми палками по пяткам.

Пожилой путешественник поежился.

— Какой варварский обычай! Мне он очень не нравится! — заметил он, делая особое ударение на «мне» и «не нравится».

— Престарелый чужеземец чем то опечален? — с некоторым беспокойством заметил губернатор. — Может быть, на его совести тяжкое преступление?

▲ *— Почему они без конца повторяют «бамбук»?*

— Моя совесть чиста, — поспешно воскликнул пожилой джентльмен. — Скажи ему, Норман, что я не совершал никаких преступлений.

— Пока еще не совершал, — веско подтвердил Норман, и губернатор тоном глубочайшего удовлетворения повторил:

— Пока еще не совершал.

Губернатор ввел наших путешественников в ворота дворца. В полном молчании отец и сын проследовали за своим провожатым по длинному коридору и вскоре оказались в величественном зале, все стены которого были сплошь покрыты павлиньими перьями. Ее Блистательство — полная дама крохотного росточка — в мантии из зеленого шелка, сплошь усыпанной серебряными звездами, восседала в центре зала на груде алых подушек. Бледное круглое лицо ее на миг озарилось отдаленным подобием улыбки, когда путешественники склонились в низком поклоне, и вновь обрело полную неподвижность восковой маски, когда она еле слышным голосом обронила несколько слов на кговджнийском диалекте.

— Ее Блистательство приветствует вас, — перевел губернатор, — и отмечает Невозмутимое Спокойствие старости и Незрелую Поспешность юности.

От путешественников явно ожидали ответной речи.

— Мы благодарим Ее Недосягаемое Всемогущество, — дрожащим голосом начал престарелый путешественник, — чья улыбка согревает нас, подобно...

— Слова старцев слабы! — недовольно прервал его губернатор. — Пусть скажет юноша!

— Передайте ей, — воскликнул Норман в необычайном порыве красноречия, — что в присутствии Ее Многозвездного Всесокрушительства мы особенно остро ощущаем свое ничтожество, подобно двум жалким козявкам, попавшим в жерло клокочущего вулкана.

— Неплохо сказано, — одобрил губернатор и перевел речь Нормана на кговджнийский.

— А теперь я сообщу вам, — продолжал он, — что угодно Ее Блистательству потребовать от вас, прежде чем вы покинете этот дворец.

Только что закончился ежегодный конкурс на замещение должности Придворной Вязальщицы Шарфов. Вы назначаетесь судьями. Вынося свое решение, вы должны принять во внимание, насколько быстро связан шарф, насколько он легок и хорошо ли он греет. Обычно участницы конкурса расходились лишь по одному из трех пунктов. Например, в прошлом году Фифи и Гого в течение испытательного срока — недели — успели связать одинаковое количество одинаково теплых шарфов, но шарфы, связанные Фифи, оказались вдвое теплее, чем шарфы, связанные Гого, поэтому Фифи и сочли вдвое лучшей вязальщицей, чем Гого. Но в этом году — о горе мне! — рассудить, кто из вязальщиц лучше, выше человеческих сил. В конкурсе приняли участие три вязальщицы, и связанные ими шарфы отличаются по всем трем пунктам! Ее Блистательство уполномочила меня заявить, что на время разбора столь сложного казуса вы будете расквартированы — разумеется, бесплатно — в лучшей темнице и будете в изобилии получать лучший хлеб и воду.

Пожилой путешественник, услышав страшную весть, застонал.

— Все пропало! — воскликнул он в отчаянии.

Норман повел себя иначе: вытащив из кармана блокнот, он спокойно принялся записывать данные об участницах конкурса.

— Их трое: Лоло, Мими и Зузу, — сообщил губернатор. — За то время, которое требуется Мими, чтобы связать 2 шарфа, Лоло успевает связать 5 шарфов, но пока Лоло вяжет 3 шарфа, Зузу успевает связать 4 шарфа! И это не все! Шарфы, связанные Зузу, легче пуха — 5 ее шарфов весят не больше, чем один шарф, связанный Лоло, — но шарфы Мими еще легче! 5 шарфов Мими весят столько же, сколько 3 шарфа Зузу! Но и это еще не все! Один шарф Мими греет так же, как 4 шарфа Зузу, а один шарф Лоло — так же, как 3 шарфа Мими!

Тут маленькая леди еще раз хлопнула в ладоши.

— Аудиенция окончена! — поспешно сказал губернатор. — Вы должны подарить Ее Блистательству прощальные комплименты и выйти из зала, не показав ей спину!

Пятиться мелким шагом — единственное, на что еще был способен турист постарше. Норман просто сказал:

— Передайте Ее Блистательству, что мы оцепенели при виде Ее Лучезарного Сверкательства и из последних сил шлем свой прощальный привет Ее Августейшей Сметанности!

— Ее Блистательство выражает свое удовлетворение, — сообщил губернатор после тщательного перевода прощального комплимента Нормана. — Она озаряет вас взглядом Своих Царственных Глаз и выражает уверенность, что вы можете поймать этот взгляд!

— Хоть эта задача нам по силам! — в отчаянии простонал старший из путешественников.

Они еще раз низко поклонились и, выйдя из зала, по винтовой лестнице спустились в Собственную Ее Блистательства Темницу, которая оказалась выложенной разноцветным мрамором, освещалась через крышу и имела великолепную, хотя и без излишней роскоши, обстановку — одну-единственную скамью из полированного малахита.

— Надеюсь, вы не станете затягивать свое решение, — сказал губернатор, вводя отца и сына в темницу с соблюдением всех правил придворного этикета. — Должен предупредить вас, что у тех несчастных, которые не слишком торопились исполнить повеления Ее Блистательства, возникали разного рода неприятности, подчас большие и серьезные. В подобных случаях Ее Блистательство действует весьма решительно. Она говорит: «Что должно быть совершено, да свершится!» — и приказывает дать еще десять тысяч ударов бамбуковыми палками сверх обычного наказания.

С этими словами губернатор покинул путешественников, и они услышали, как за дверью лязгнул засов и щелкнул замок.

— Говорил я тебе: добром это не кончится! — простонал, ломая в отчаянии руки, пожилой путешественник. В своих страданьях он забыл, что сам выбрал маршрут путешествия и никогда ничего подобного не пророчил. — О, если бы нам только благополучно разделаться с этим проклятым конкурсом!

— Не падай духом! — бодро воскликнул молодой человек. — *Haec olim meminisse juwabit*! («Когда-нибудь об этом будет приятно вспомнить» — лат.) Вот увидишь, все будет хорошо! Слава еще увенчает нас розами!

— Розами с «г» после «з»! — вот все, что мог вымолвить несчастный отец, в отчаянии раскачиваясь взад и вперед на малахитовой скамье. — С «г» после «з»! — повторил он.

(Сокращенный перевод Ю. А. Данилова.)

Решение

Задача

Лоло вяжет 5 шарфов, Мими за это же время вяжет 2 шарфа. За время, за которое Зузу вяжет 4 шарфа, Лоло вяжет 3. 5 шарфов, связанных Зузу, весят столько же, сколько один шарф Лоло; 5 шарфов Мими — столько же, сколько 3 шарфа Зузу. Один шарф Мими греет так же, как 4 шарфа Зузу; один шарф Лоло — как 3 шарфа Мими. Кто вяжет лучше, если быстрота, легкость и теплота шарфов одинаково ценны?

Ответ

В порядке от лучшей к худшей: Мими, Лоло, Зузу.

Решение

Обозначим Мими буквой M, Зузу — Z, Лоло — L. Если учитывать только скорость (при прочих равных факторах), то соотношение между L и M равно 5/2, а между Z и L — 4/3. Чтобы получить три числа, удовлетворяющие этим условиям, проще всего принять за единицу то число, которое фигурирует в условии дважды. Тогда L, M и Z будут соответственно равны 1, 2/5 и 4/3. При оценке веса учтем, что чем больше вес, тем меньше преимущество шарфа, поэтому Z будет относиться к L как 5/1. Таким образом, оценки за легкость соответственно равны 1/5, 5/3 и 1. Аналогично оценки теплоты шарфов равны 3, 1 и 1/4 соответственно. Чтобы получить итоговый результат, нужно перемножить все оценки L между собой, затем произвести аналогичные действия для M и Z.
Итоговый результат: 1×1/5×3, 2/5×5/3×1 и 4/3×1×1/4, то есть 3/5, 2/3, 1/3. Умножив все три числа на 15 (что не изменит соотношения между ними), получим 9, 10 и 5. Таким образом, порядок от лучшей к худшей ткачихе выглядит так: M, L, Z.

Разобрать легко, собрать сложнее

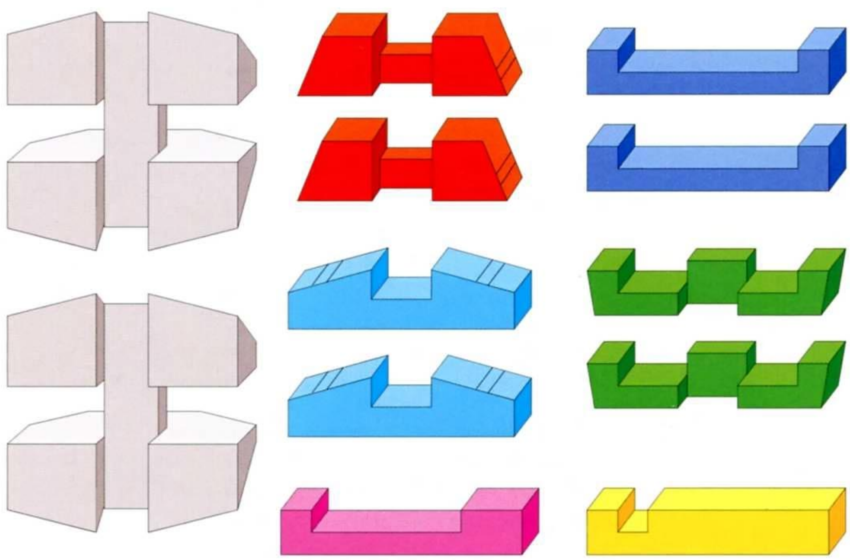
Бочка-пазл

◄ *Будет лучше, если вы справитесь с желанием поскорее разобрать головоломку и уделите несколько минут ее осмотру в собранном виде. Это очень пригодится, когда вы будете собирать бочку-пазл, которая принадлежит к семейству японских игрушек «кумики», что означает «цельное дерево».*

Если вы нетерпеливы и уже успели разобрать головоломку, то сейчас видите перед собой все ее составные части. Поэтому перед тем как показать варианты решения, мы продемонстрируем все слои, из которых состоит головоломка, чтобы вы могли оценить ее структуру и увидеть все ее части.

Первый слой

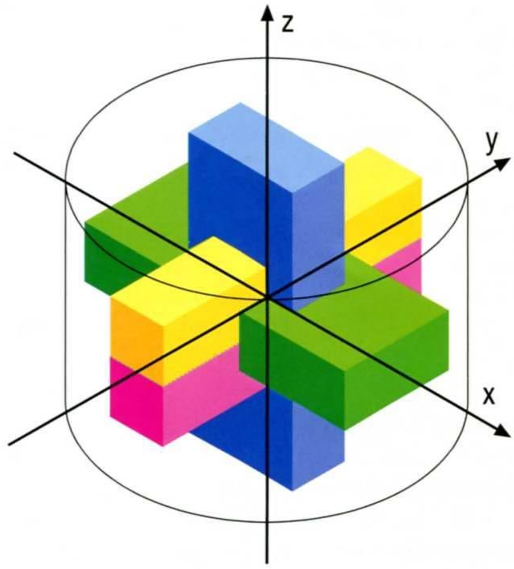
Схематичное изображение элементов может выглядеть так:

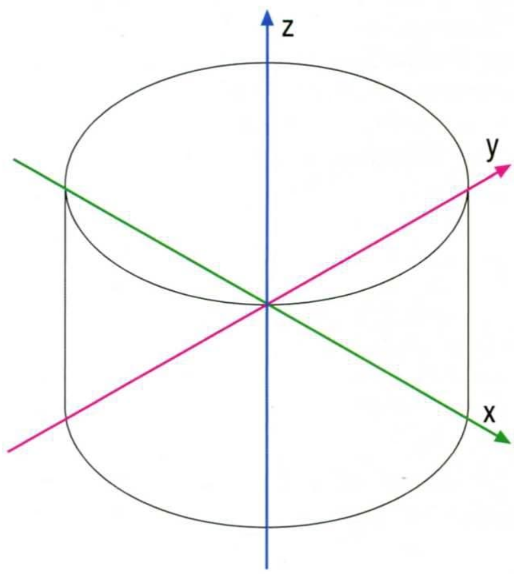


Головоломка состоит из 10 элементов, в том числе четыре пары одинаковых элементов. Кроме этого, есть еще два разных элемента. Части, соединяющиеся между собой при сборке головоломки, сгруппируем в пары, показанные на рисунке выше.

Второй слой

Шесть элементов — это призмы квадратного сечения, из которых вырезаны центральные сектора. Эти элементы можно мысленно объединить в крест, расположенный так, как показано на схеме:

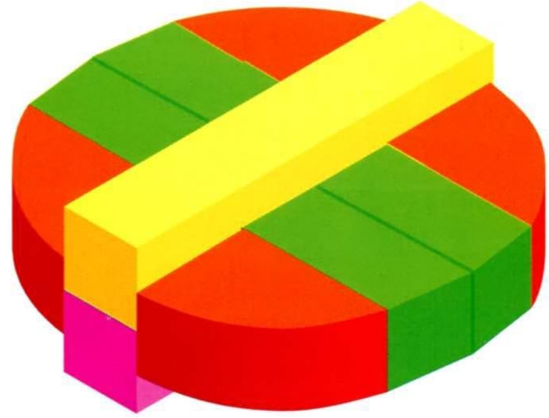




Здесь соединены шесть элементов головоломки. По их торцам, являющимся частью поверхности бочки, можно догадаться, как эти части расположены в пространстве. Например, пара элементов с плоскими торцами (синего цвета) расположена вдоль оси z.

Третий слой

Добавив к четырем призмам, расположенным вдоль осей x и y, еще одну пару элементов, мы получим кольцо, которое станет центральной полосой бочки (на плоскости xy).



С помощью остальных шести частей можно сформировать основной каркас бочки. Ниже подробно объясняется порядок расположения элементов.

Порядок действий при сборке

Точное решение головоломки, то есть порядок расположения элементов, согласно которому собирается бочка, состоит всего из нескольких шагов.

Шаг первый

Расположите боковины (самые большие элементы), как показано на рисунке. В центре две призмы вдоль оси z (выделены синим цветом) и два дополняющих элемента голубого цвета формируют каркас бочки (см. рис. 1).

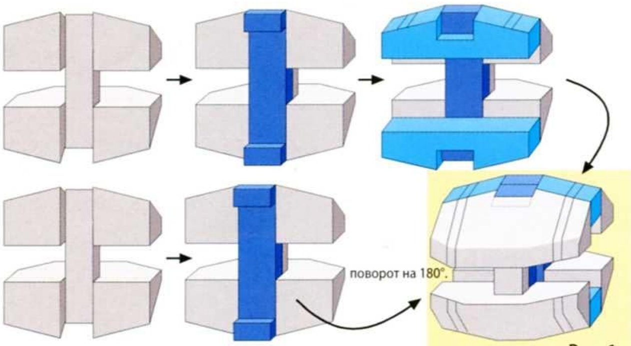
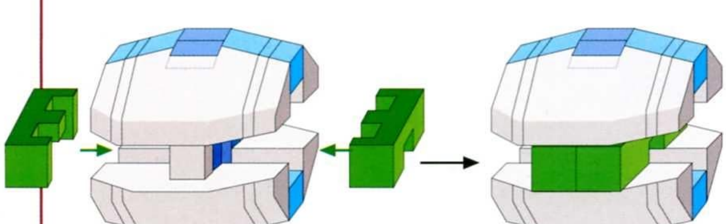


Рис. 1

Шаг второй

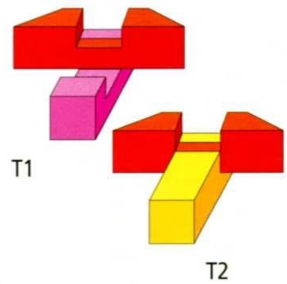
Далее необходимо установить две призмы по оси x (на рисунке выделены зеленым; обратите внимание на ориентацию элементов) так, чтобы они соприкоснулись краями в центре (плоскость zy).



Шаг третий

Теперь каркас бочки достаточно прочен, чтобы призмы могли скользить вдоль оси z, не сдвигая при этом остальных элементов.

Расположите элементы так, чтобы сформировать Т-образные структуры Т1 и Т2 из четырех оставшихся элементов (рисунок справа). Расположите бочку так, как показано на рис. 2 (аналогично расположению на рис. 1 с поворотом на 90°). Приподнимите синие и голубые элементы так, чтобы вставить внутрь бочки структуру Т1, после чего верните синие и голубые элементы в исходное положение.



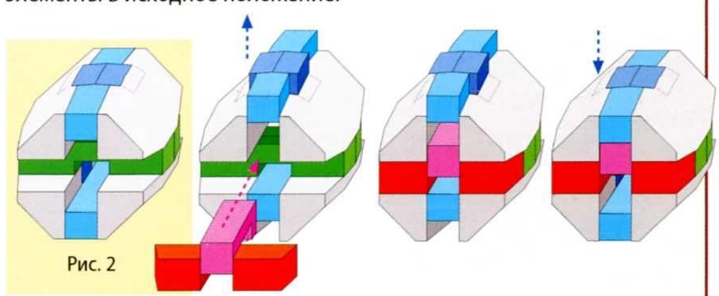


Рис. 2

Затем разверните бочку на 180°, как показано на рис. 3. Осталось установить структуру Т2 на место. Бочка собрана.

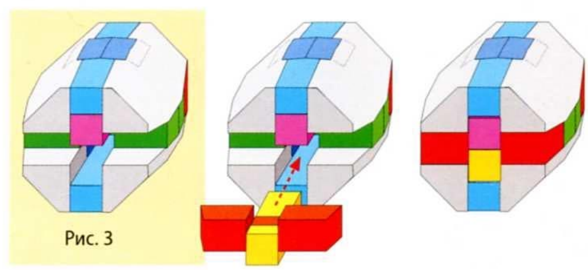


Рис. 3

Последовательность

Вы наверняка заметили, что для решения головоломки требуется перемещать как располагаемые элементы, так и элементы, уже стоящие на своих местах. По этой причине головоломки подобного типа называют последовательными: для их сборки требуется выполнить определенную последовательность действий.


18
17
3
11
8
7
19
9
6
5
4
16
14
1
2
12
15
10
13